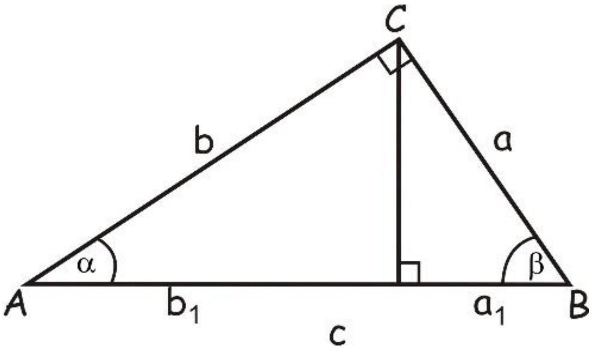
Te izpeljave ne povemo v šoli. Zanimiva je zato, ker pokaže, kako hitro lahko pridemo do nekega rezultata, ki si ga zaradi preprostosti izpeljave vedno bolje zapomnimo kot sicer. In v šoli nam časa vedno primanjkuje. Jaz izpeljavo povem, ker sem jo odkril v šoli, ko smo na krožku reševali naloge o pravokotnem trikotniku.

Evklidov izrek v eni minuti

Trik – za izpeljavo izreka v prvem letniku srednjih šol ali morda tudi že v osnovni šoli.

Narišemo pravokotni trikotnik *ABC*. Naj bosta a_1 in b_1 pravokotni projekciji katet a in b na hipotenuzo c. Velja $a_1 + b_1 = c$. Pomnožimo to enačbo s $c \neq 0$.



V pravokotnem trikotniku *ABC* velja: vsota dolžin obeh pravokotnih projekcij katet na hipotenuzo je enaka dolžini hipotenuze $a_1 + b_1 = c$, Pitagorov izrek $a^2 + b^2 = c^2$, Evklidov izrek $a^2 = c\, a_1$ in $b^2 = c\, b_1$ in višinski izrek $v^2 = a_1\, b_1$. Povejte izreke z besedami.

Dobimo $c\, a_1 + c\, b_1 = c^2$. Od prej, to je iz osnovne šole, že vemo, da je $a^2 + b^2 = c^2$ (Pitagorov izrek).

Sledi: $\underline{a^2 = c\, a_1}$ in $\underline{b^2 = c\, b_1}$. Pa smo izpeljali Evklidov izrek. (Tu bi imel pripombo, da bi morali $a^2 = c\, a_1$ še dokazati, da ni morda $a^2 = c\, b_1$, a vzemimo, da smo to dokazali.)

Čeprav Evklidov izrek pri pouku navadno izpeljemo iz podobnih trikotnikov v pravokotnem trikotniku, ta "trik" pri dijakih vedno vžge, saj zanj porabimo le borno minuto časa.

Dodatek:

Ker smo že izpeljali Evklidov izrek, pa izpeljimo še višinski izrek v eni minuti. Označimo višino na hipotenuzo z v. Po Pitagorovem izreku je $v^2 = a^2 - a_1^2 = c\, a_1 - a_1^2 = a_1 (c - a_1) = a_1\, b_1$. Zapis $\underline{v^2 = a_1\, b_1}$ pomeni višinski izrek v pravokotnem trikotniku.

Opazili ste, da pojma podobnost tukaj sploh nismo uporabili. Zato na tak način Evklidov (in tudi višinski) izrek lahko obravnavamo že v osnovni šoli. A bolj na krožku kot pri rednem pouku. Seveda posebej obravnavamo tudi geometrijski pomen Evklidovega, Pitagorovega in višinskega izreka. Tega tu ne bomo naredili. Naš namen je bil, da izpeljemo nek izrek v najkrajšem času, in to smo izpolnili.

Če poznamo vse tri omenjene izreke o pravokotnem trikotniku in še, da je $a_1 + b_1 = c$, lahko iz dveh znanih podatkov izračunamo ostale štiri sestavine.

Zgled: $a_1 = 9$ cm in $c = 16$ cm. Izračunajmo b_1, a, b, v!

Rešitev: Do rezultata vodi več poti. Ena je tale: $b_1 = c - a_1 = 7$ cm; $a^2 = c\,a_1 = 16\text{ cm}\cdot 9\text{ cm}$ in $a = 12$ cm; $b^2 = c\,b_1 = 16\text{ cm}\cdot 7\text{ cm}$ in $b = 4\cdot\sqrt{7}$ cm; $v^2 = a_1 b_1 = 9\text{ cm}\cdot 7\text{ cm}$ in $v = 3\cdot\sqrt{7}$ cm.

Sami si lahko izmislite nekaj nalog in rešujete neznane sestavine po zgornjem zgledu. Pri reševanju se je treba pač znajti. Te izreke pogosto uporabljamo tudi pri raznih problemih iz navadnega življenja.

Kranj – Zlato Polje, 17. 12. 2016 ***Marijan Prosen***