

Poljubnemu trikotniku z znanimi dolžinami stranic, ki so pozitivna cela števila, izračunajmo njegovo ploščino, ki je tudi pozitivno celo število. Poglejmo, kako poteka ta naloga.

Heronski trikotniki

Splošno izobraževalno in malo raziskovalno – primerno že za učence zadnjega letnika druge triade naše osnovne šole.

Najprej pripomba. Dolžine stranic so vedno pozitivne, zato bomo odslej namesto pozitivna cela števila uporabljali izraz cela števila.

Poiščimo take trikotnike, katerih dolžine stranic in ploščina so cela števila. Seveda jih je nešteto. Da je to mogoče, mora med dolžinami stranic a , b , c in ploščino trikotnika S obstajati neka povezava (zveza, enačba). Ja, res. To je Heronov izrek (formula, obrazec) za ploščino trikotnika $S = \sqrt{[s(s-a)(s-b)(s-c)]}$, kjer so a , b in c dolžine stranic trikotnika cela števila, s pa polovica obsega trikotnika $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$ tudi celo število.

Če smo pri znanih celoštevilčnih dolžinah stranic trikotnika izračunali celoštevilčno ploščino trikotnika, smo našli *heronski trikotnik*.

Heronski trikotniki so torej trikotniki, katerih dolžine stranic in ploščina so cela števila.

Pravokotni trikotniki s celoštevilčnimi stranicami in celoštevilčno ploščino so *pitagorejski trikotniki*. Zadostuje že, da rečemo "s celoštevilčnimi stranicami". Vsi pitagorejski trikotniki so heronski, obratno pa ne velja. O tem se je mogoče splošno prepričati, a tega dokaza tu ne bomo naredili.

Zgleda

1. Trikotnik ima stranice $a = 9$ cm, $b = 10$ cm in $c = 17$ cm. Izračunajmo mu ploščino.

$$s = \frac{1}{2}(9 + 10 + 17) \text{ cm} = 18 \text{ cm in ploščina } S = \sqrt{(18 \times 9 \times 8 \times 1)} \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2. \text{ Trikotnik je } \underline{\text{heronski trikotnik}}.$$

2. Trikotnik ima stranice $a = 9$ cm, $b = 10$ cm in $c = 11$ cm. Izračunajmo mu ploščino.

$$s = \frac{1}{2}(9 + 10 + 11) = 15 \text{ cm in } S = \sqrt{(15 \times 6 \times 5 \times 4)} \text{ cm}^2 = 30 \sqrt{2} \text{ cm}^2 = 42,4 \text{ cm}^2. \text{ Trikotnik ni } \underline{\text{heronski trikotnik}}.$$

Nekaj heronskih trikotnikov

<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>S</u>	<u>s</u>
3	4	5	6	12
5	5	6	12	16
5	5	8	12	18
4	13	15	24	32
5	12	13	30	30
9	10	17	36	36
3	25	26	36	54
7	15	20	42	42
10	13	13	60	36
8	15	17	60	40
17	25	28	210	70
20	21	29	210	70
12	35	37	210	84
17	28	39	210	84
7	65	68	210	140
3	148	149	210	300

Naloge

- Preveri, ali so trikotniki z znano dolžino stranic heronski trikotniki:
a) 7, 15, 20; b) 13, 14, 15; c) 7, 8, 9; č) 18, 20, 34; d) 6, 9, 15. Enote smo izpustili.
- Pravokotni trikotnik ima kateti 7 cm in 24 cm. Pokaži, da je hkrati pitagorejski in heronski.
- Ali je trikotnik s stranicami 27 m, 30 m, 51 m pitagorejski?
- Dana sta enakokraka trikotnika z dolžinami stranic 15, 15, 18 in 15, 15, 12. Kateri je heronski? Enote smo izpustili.
- Ali je enakostranični trikotnik heronski? Kaj pa enakokraki pravokotni trikotnik?