

***Pravokotnemu trikotniku z znanimi dolžinami stranic, ki so pozitivna cela števila, izračunajmo njegovo ploščino, ki je tudi pozitivno celo število.  
Poglejmo to nalogo.***

## **Pitagorejski trikotniki**

**Splošno izobraževalno in malo raziskovalno – primerno že za učence zadnjega letnika druge triade naše osnovne šole.**

Najprej pripomba. Dolžine stranic so vedno pozitivne, zato bomo odslej namesto pozitivna cela števila uporabljali izraz cela števila.

Poiščimo take pravokotne trikotnike, katerih dolžine stranic in ploščina so cela števila. Seveda jih je nešteto. Da je to mogoče, mora med dolžinami stranic (katetama  $a$ ,  $b$  in hipotenuzo  $c$ ) obstajati neka povezava (zveza, enačba). Ja, res, To je Pitagorov izrek:  $a^2 + b^2 = c^2$ , kjer so  $a$ ,  $b$  in  $c$  cela števila.

Po Pitagorovem izreku iz dveh znanih celoštevilskih stranic izračunamo tretjo stranico, ki je celo število, nato izračunamo ploščino trikotnika, ki je tudi celo število. Če nam to uspe, smo našli *pitagorejski trikotnik*. Vsak pravokotni trikotnik s celoštevilskimi dolžinami stranic je pitagorejski trikotnik.

Pitagorejski trikotnik je torej vsak pravokotni trikotnik s celoštevilskimi dolžinami stranic in celoštevilsko ploščino. Zadostuje že, da samo rečemo "s celoštevilskimi dolžinami stranic".

Zgleda:

1. Izračunajmo ploščino pravokotnega trikotnika s kateto  $a = 5$  cm in hipotenuzo  $c = 13$  cm.

Najprej izračunamo dolžino katete  $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{144}$  cm = 12 cm. Nato pa ploščino  $S = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} 5 \times 12$  cm<sup>2</sup> = 30 cm<sup>2</sup>. Dolžine stranic in ploščina tega pravokotnega trikotnika so cela števila. Trikotnik je pitagorejski. Zadostuje že izračun za kateto  $b$ , ki je celo število.

2. Pravokotni trikotnik s katetama  $a = 7$  cm in  $b = 12$  cm ima ploščino  $S = \frac{1}{2} 7 \times 12$  cm<sup>2</sup> = 42 cm<sup>2</sup>, dolžino hipotenuzo pa  $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{193}$  cm = 13,9 cm. Ploščina je celo število, dolžina hipotenuze (ene stranice pravokotnega trikotnika) pa ne. Trikotnik ni pitagorejski. Zadostuje že, da izračunamo samo dolžino hipotenuze  $c$ , za katero se izkaže, da ni celo število.

Nekaj pitagorejskih trikotnikov:

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
3	4	5
5	12	13
6	8	10
7	24	25
8	15	17
9	12	15
9	40	41

Naloge

1. Preveri, ali so pravokotni trikotniki z dolžino katet  $a$ ,  $b$  in dolžino hipotenuze  $c$  pitagorejski trikotniki: a)  $a = 12$ ,  $b = 35$ ; b)  $a = 20$ ,  $b = 23$ ; c)  $a = 20$ ,  $c = 29$ ; č)  $b = 36$ ,  $c = 85$ ; d)  $a = 11$ ,  $c = 60$ ; e)  $a = b = 13$ . Dolžinske enote smo izpustili.
2. Ali je enakokrak pravokoten trikotnik pitagorejski trikotnik?

*Kranj – Zlato Polje, 30. 6. 2017*

*Marijan Prosen*