

# Trapez, razdeljen s premico (daljico) na dva ploščinsko enaka dela

## Raziskovalna naloga z navodilom za tretjo triado.

Naloga o delitvi najrazličnejših likov s premico (daljico), ki jih preseka, so se pojavile že v davnini iz praktičnih potreb, predvsem zemljemerstva, arhitekture itn. V enem babilonskem tekstu je celo podano pravilo, kako ugotovimo dolžino odseka  $x$ , ki je vzporeden z osnovnicama  $a$  in  $b$  trapeza, da trapez razdeli na dva ploščinsko enaka dela, seveda trapeza. Danes izračunamo:

$$x^2 = \frac{1}{2} (a^2 + b^2).$$

V ohranjenem arabskem prevodu Evklidovega dela *O razdelitvi likov* avtor obravnava vprašanje, kako je mogoče s premico skozi dano točko (zunaj, na obodu ali znotraj lika) razdeliti dani lik (trikotnik, štirikotnik in celo večkotnik) na dva ploščinsko enaka dela (lika). V Evklidovem spisu je tudi gornja babilonska naloga.

► Izračunajmo dolžino odseka  $x$ , ki razdeli dani trapez na dva ploščinsko enaka trapeza. Izhajamo iz pogoja, da sta ploščini  $S_1 = S_2$  nastalih trapezov, na katera odsek  $x$  razdeli prvotni trapez, enaki, višini nastalih trapezov pa v razmerju  $v_1/v_2 = (a - x)/(x - b)$ .

Iz enakosti ploščin:  $S_1 = \frac{1}{2} (a + x) v_1$  in  $S_2 = \frac{1}{2} (b + x) v_2$  sledi:  $(a + x) v_1 = (b + x) v_2$ . Nadalje je še:  $(x - b) v_1 = (a - x) v_2$ . Dobljeni enačbi delimo eno z drugo (da odpravimo obe višini trapezov) in dobimo  $(a + x)/(x - b) = (b + x)/(a - x)$ . Od tu sledi  $2 x^2 = (a^2 + b^2)$  in končno  $x = \sqrt{\frac{1}{2} (a^2 + b^2)}$ , ki je neodvisen od višine prvotnega trapeza, kar je zelo, zelo zanimiv rezultat (gl. dalje).

\* \* \*

● Vaša naloga je, da naredite ustrezno skico, izvedete račun za odsek  $x$ , ga konstruirate in končno narišete znotraj trapeza s podatki  $a = 8$  cm in  $b = 6$  cm (sicer neodvisno od višine trapeza), vendar vseeno vzemite za višino  $v = 4$  cm.

To je torej zelo stara naloga. Marsikdo še ni slišal zanjo, kaj šele da bi jo reševal, raziskoval. Vi imate to možnost. Naloga je resnično prava lepota med klasičnimi geometrijskimi konstrukcijami.

Če vzamemo  $b = 0$ , se naloga reducira na delitev trikotnika na dva ploščinsko enaka dela. Naredite ustrezno skico, izvedite račun za odsek  $x$ , ga konstruirate in narišete znotraj trikotnika za ustrezne podatke.

[ $\sqrt{50}$  cm = 7,1 cm;  $\sqrt{50}$  lahko narišete na dva načina:  $5\sqrt{2}$  in/ali  $\sqrt{(1^2 + 7^2)}$ ;  $\sqrt{32}$ , kar tudi lahko narišete vsaj na dva načina]

***Kranj – Zlato Polje, 25. 6. 2017***

***Marijan Prosen***