Zlati rez

Za srednješolce.

Razdelimo daljico na dva odseka (dela) tako, da je dolžina daljšega odseka x geometrijska sredina dolžine daljice a in dolžine krajšega odseka $(a - x)$. Tako razdelimo daljico po zlatem rezu.

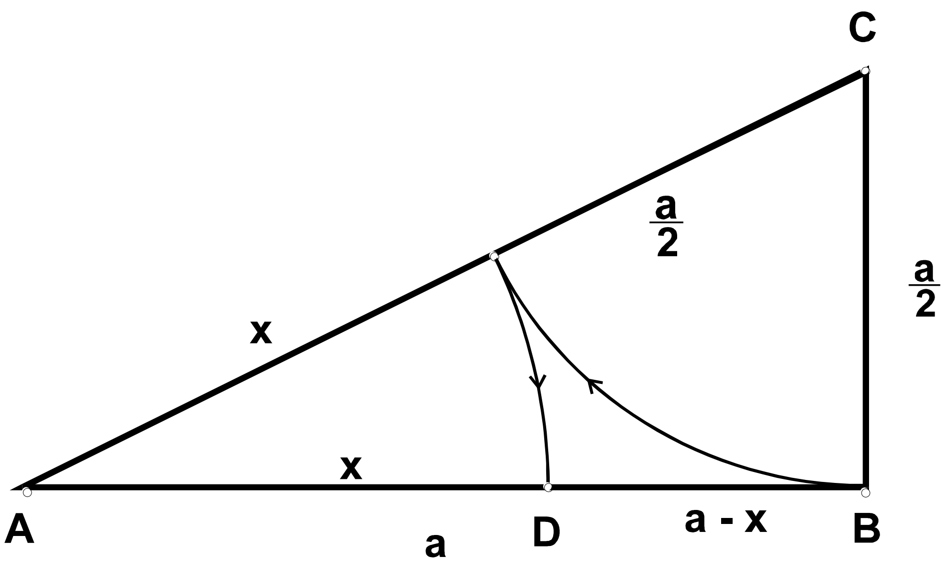
Ali: daljico razdelimo na dva različno dolga odseka tako, da je razmerje celotne dolžine daljice proti dolžini daljšega odseka enako razmerju dolžine daljšega odseka proti dolžini krajšega.

To zapišemo $x^2 = a(a - x)$ in prevedemo v kvadratno enačbo $x^2+ax-a^2 = 0$, katere pozitivni koren je

$$x = \frac{-a+\sqrt{a^2+4a^2}}{2} = \sqrt{(\frac{a}{2})^2+a^2} - \frac{a}{2}$$

Konstruiranje odseka x

Narišemo pravokotni trikotnik s katetama a in $a/2$. Na hipotenuzi odrežemo $a/2$, kar ostane, je x.



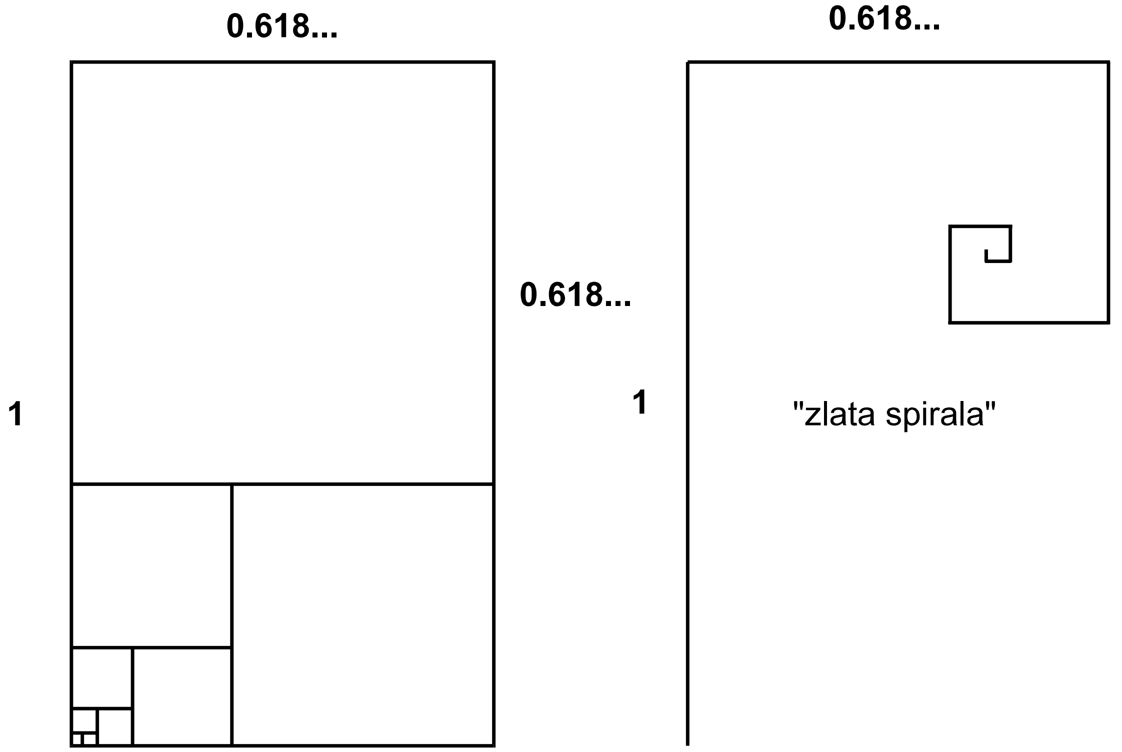
Točka *D* razdeli daljico *a* po zlatem rezu; |*AD*| = *x*.

Vzemimo $a = 1$ (enota) in za x dobimo naslednjo številčno vrednost $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} =$ $= 0{,}618... \approx 3/5$.

Zlati rez je poznal že starogrški matematik, astronom, mehanik in zdravilec ***Evdoks*** (okoli 408–355 pr. n. š.). Rešitev naloge o zlatem rezu navaja matematik ***Evklid*** v svojih *Elementih* (okoli 300 pr. n. š.). Veliko zanimanje za zlati rez, posebno pri slikarjih in arhitektih, se je pojavilo v 15. in 16. stol. Izraz "zlati rez" pa je uvedel italijanski vsestranski umetnik in izumitelj ***Leonardo da Vinci*** (1452–1519).

Morda je v tej delitvi daljice res nekaj nenavadnega, edinstvenega (celo božanskega), saj resnici na ljubo najdemo dosti izdelkov v obliki pravokotnikov (knjige, zvezki, slike, okvirji slik itn.), ki imajo stranici blizu razmerja odsekov daljice pri delitvi po zlatem rezu.

Z geometrijskim prikazom zlatega reza se lahko še sami nekoliko pozabavate. Na osnovi druge slike lahko sestavite nekaj nalog: izračunate vsoto ploščin ali vsoto obsegov vseh ali nekaj kvadratov (pravokotnikov), določeno dolžino oglate "zlate spirale" (vsoto nekaj daljic lomljenke) itn.



Levo: Vsota ploščin kvadratov se približuje vrednosti $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ **= 0,618..., ki hkrati predstavlja ploščino narisanega pravokotnika s stranicama 1 in** $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ **.**

Če v prvotnem pravokotniku odrežemo kvadrat, katerega stranica je enaka manjši stranici pravokotnika, dobimo novi - manjši pravokotnik, ki je podoben prvemu. Z manjšim pravokotnikom ponovimo opisani postopek in to kar naprej ponavljajmo. Dobimo vrsto vedno manjših podobnih pravokotnikov.

Desno: Oglata spirala, narisana na osnovi zlatega reza.

Naloge:

1. Razdelite daljico d = 8 cm na dva oseka po zlatem rezu.

2. Razdelite daljico d = 10 cm na dva oseka po zlatem rezu in nato narišite pravokotnik, ki ima za stranici ta dva odseka.

3. Narišite poljubni pravokotnik s stranicama, ki sta v razmerju odsekov pri delitvi daljice po zlatem rezu.

4. Izdelajte okvir za pravokotno sliko, kjer sta stranici v razmerju zlatega reza.

5. Izračunajte dolžino oglate "zlate spirale" po sliki (9 daljic), če meri začetna "stranica" 1 meter. [2,584 m]

6. Izračunajte vsoto 5. kvadratov v levem pravokotniku na sliki, če je dolžina daljše stranice prvotnega pravokotnika 1 m. [0,613 m^2]

7. Izmislite si še kako zanimivo nalogo. Jih kar mrgoli.

Kranj, 10. december 2017 ***Majo Prosen***