

Težišče sistema Zemlja-Luna

Teoretični spis z nevsakdanje zanimivo ugotovitvijo že za osmošolce.

Razmerje mas Lune in Zemlje je $m/M = 1/81$, razdalja med njima pa $r = 60 R$, če je $R = 6\,400$ km radij Zemlje.

Zanima nas, kje leži težišče teh dveh vesoljskih teles, ki ju skupaj lahko obravnavamo kot tesen sistem dveh teles (par).

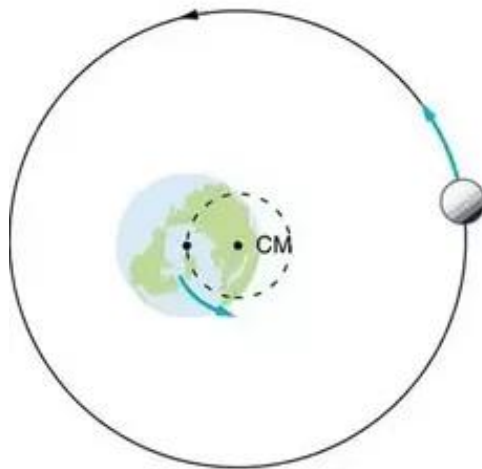
Težišče leži nekje na zveznici središč obeh teles, ne na sredi, ampak po grobem občutku bližje Zemlji, ker je masivnejša od Lune.

Predstavljajmo si ravno trdno palico (drog, vzvod), v krajišči katere postavimo središči Lune in Zemlje. Obravnavajmo ju kot masivni krogli, ki ju vsako na svojem koncu palice vleče navzdol sila teže (težo smo si izmislili, da lažje rešimo nalogo).

Vprašamo se, v kateri točki T moramo podpreti palico, da bosta telesi v ravnovesju. V tej točki namreč leži težišče mas obeh teles. Podobno kot na gugalnici, kjer se gugata dve osebi z različno maso. Oseba z večjo maso mora biti bližje osi, okoli katere se gugata, kot oseba z manjšo maso, da je na gugalnici ravnovesje. Os tedaj predstavlja težišče mas obeh oseb.

Kje moramo torej palico podpreti, da bosta masi v ravnovesju (na miru)?

Ravnovesje na palici, ki je vrtljiva okoli osi, je, kadar je navor večje mase enak navoru manjše mase. Navor je zmnožek sile teže in ročice, ki je pravokotna na smer sile. Sila teže pa je zmnožek mase telesa m in pospeška prostega pada $g = 10 \text{ m/s}^2$. Navor suka oziroma vrtil vzvod v določeno smer (v levo ali v desno).



Težišče sistema Zemlja-Luna T je okoli 4 700 km oddaljeno od središča Zemlje.

Naj bo dolžina vzvoda $r = 60 R$, Zemlja z maso M v levem krajišču vzvoda, Luna z maso m v desnem krajišču, obe masi vleče sila teže navzdol, in naj bo razdalja središča Zemlje od osi oziroma od težišča T obeh mas enaka x . Potem lahko zapišemo: prvi navor je $M \cdot g \cdot x$ in suka vzvod v desno, drugi navor pa $m \cdot g (r - x)$ in suka vzvod v levo. Da je ravnovesje, ju moramo izenačiti: $M \cdot g \cdot x = m \cdot g (r - x)$ in po krajšanju z g dobimo $M \cdot x = m \cdot (60 R - x)$. Od tod izračunamo $x = (m / (M + m)) \cdot 60 R = (60 / 82) R = 4700 \text{ km}$, kar je okoli $\frac{3}{4} R$. Težišče sistema teh mas torej leži znotraj Zemlje, približno $\frac{1}{4} R$ pod njenim površjem. Dobili smo kar presenetljiv rezultat, mar ne.

Pa še naloga za doma:

Poskusite izračunati težišče sistema Jupiter-Saturn, če sta v Osončju med seboj oddaljena 5 astronomskih enot, masa Jupitra je 315 mas Zemlje, masa Saturna pa 95 mas Zemlje. [Težišče je oddaljeno 1,2 astronomske enote od središča Jupitra.]

Kranj, 24. december 2017

Majo Prosen