

Radian in kotna stopinja

Ta kratek spis je napisan izključno samo za tiste, ki berete moje vsebine o računanju zornih kotov in linearnih velikostih, to je o radijih nebesnih teles (Sonca, Lune, planetov in zvezd) v rubriki *Domoznanstvo*, če morda ne vedo kakšne osnovne reči o ravninskih kotih. Poznamo namreč kote v ravnini in kote v prostoru.

Kote v ravnini merimo z več enotami. Najbolj znani sta *kotna stopinja* in *radian*.

$$\begin{aligned} \text{Ena kotna stopinja je 360-ti del polnega kota.} \\ 1^\circ (\text{ena kotna stopinja}) &= 60' (\text{60 kotnih minut}) = \\ &= 60 \cdot 60'' = 3\,600'' (\text{3\,600 kotnih sekund}) \end{aligned}$$

V izbrani krožnici z radijem r je središčni kot α lahko opredeljen z razmerjem dolžine kotu pripadajočega loka l in dolžine radija r : $\alpha = l/r$. Ker je takšen kot razmerje dveh dolžin, nima razsežnosti. Do enote tega kota pa pridemo, ko postavimo $l = r$ in $\alpha = r/r = 1$ enota brez razsežnosti. To enoto imenujemo en radian*, ki je brezrazsežna enota in je v računih ne pišemo.

En radian je središčni kot v krožnici z radijem r , katerega lok ima enako dolžino kakor radij r ($l = r$). Za polni kot je lok enak obsegu krožnice $l = 2\pi r$ in velja $\alpha_{\text{polni}} = 2\pi r/r = 2\pi$ radianov. Polni kot torej meri 2π radianov.

Tako velja naslednja zveza med kotno stopinjo in radianom: $360^\circ = 2\pi$ radianov ali:

$$180^\circ = \pi \text{ radianov.}$$

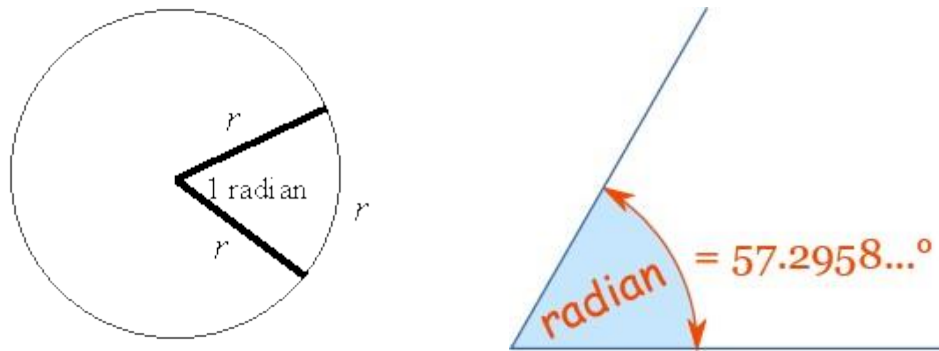
Iz te zveze sledi, da je ena kotna stopinja enaka:

$$1^\circ = (\pi/180) \approx 0,017 \text{ rad}$$

in en radian enak:

$$1 \text{ rad} = (180^\circ/\pi) \approx 57,296^\circ \approx 57,3^\circ$$

.....
* Radian lahko zapišemo s kratico rd ali rad, vendar nima razsežnosti. Če ob kotu ničesar ne zapišemo, se smatra, da gre za radian



Lok krožnice z enako dolžino kakor radij krožnice ustreza kotu 1 radian. Ker dolžino radija nanašamo strogo na lok (del obsega) in ne kot tetivo, je 1 radian manjši od 60° , kakršen bi bil, če bi na krožnico s šestilom nanesli tetivo.

*Preglednica med kotnimi stopinjami in radiani za nekaj značilnih kotov, kar si lahko zapomnimo na pamet
($\pi = 3,14159\dots$)*

Kotne stopinje	Točna vrednost	Približna vrednost
30°	$\pi/6$	0,524
45°	$\pi/4$	0,785
60°	$\pi/3$	1,047
90°	$\pi/2$	1,571
180°	π	3,142
270°	$3\pi/2$	4,712
360°	2π	6,283

Zgleda:

1. Kota 86° in $2,5^\circ$ spremenimo v radiane (na dve decimalni mesti).
Ker je $1^\circ = (\pi/180)$, je 86° enako $(\pi/180) \cdot 86 = 1,50$ rad; $(\pi/180) \cdot 2,5 = 0,04$ rad.

2. Spremenimo kote 1,3 rad, 0,58 rad in 0,037 rad v kotne stopinje (' in ").
Ker je $1 \text{ rad} = (180^\circ/\pi)$, je $1,3 \cdot (180^\circ/\pi) = 74,5^\circ$ ($74^\circ 29' 4''$); $0,58 \cdot (180^\circ/\pi) = 33^\circ 14'$ ($33^\circ 13' 54''$) in $0,037 \cdot (180^\circ/\pi) = 2^\circ 7' 12''$ (odvisno, kako natančno želimo kot izračunati).

Nalogi:

1. V kolikšnem zornem kotu vidimo 182 cm visokega fanta v oddaljenosti 250 m? [$0,42^\circ = 25'$]

2. Zorni kot Jupitra v neki opoziciji meri $50''$. Koliko kotnih stopinj in radianov je to? [$0,014^\circ$, $2,4 \cdot 10^{-4}$ rad]

3. Svetlobno sled meteorja na nebu vidimo v zornem kotu 1,234 rad. Koliko kotnih stopinj in kotnih minut je to? [$70^\circ 42'$]



Slika k nalogi 6.

4. Koliko kotnih stopinj je $4\pi/7$ rad? [103°]

5. Koliko stotink radiana meri kot $\frac{3}{5} \cdot 12^\circ$? [0,13 rad]

6. Slika prikazuje del zgradbe nekega gradu, projicirane na Luno. Višina zgradbe je 7,5 m. Kako daleč je grad, če je zorni kot Lune $0,5^\circ$? [Okoli 1720 m.]