

Senca vodoravne palice na navpični ravnini na Zemljinem ekvatorju, pri nas in na severnem polu

Dopolnitev in razširitev

O tej enačbi sence smo na tej spletni strani že pisali¹. Tokrat njeno vsebino dopolnimo in razširimo tako, da potek sence na navpični ravnini obravnavamo v treh krajih na Zemlji, na ekvatorju, pri nas in na severnem polu.

Ravno palico z dolžino a zapičimo pod pravim kotom v navpično ravnino. Predstavljati si moramo prostorski pravokotni koordinatni sistem, ki ima koordinatno izhodišče v vrhu palice. Pozitivna smer osi x je usmerjena proti severu, pozitivna smer osi y proti zahodu, pozitivna smer osi z pa proti nadglavišču. Z grško črko φ označimo geografsko širino kraja (opazovališča) na Zemlji, z grško črko δ pa deklinacijo Sonca določenega dne v letu. Tako izpeljemo enačbo sence na navpični ravnini, to je enačbo krivulje, po kateri se čez dan premika konec sence od Sonca osvetljene vodoravne palice na navpični ravnini.

Krivulja, ki jo določenega dne v letu popiše konec sence vodoravne palice na navpični ravnini vzhod-zahod, vzporedni z (yz) ravnino, ima v izbranem kraju enačbo:

$$(a^2 + y^2 + z^2) \sin^2 \delta = (a \cos \varphi + z \sin \varphi)^2$$

Zdaj obravnavajmo to enačbo sence najprej v kraju na Zemljinem ekvatorju, nato pri nas in končno še na Zemljinem polu.

1. Enačba sence na navpični ravnini v kraju na Zemljinem ekvatorju ($\varphi = 0$) dobi obliko: $(a^2 + y^2 + z^2) \sin^2 \delta = a^2$. Krivulje so krožnice z enačbo: $y^2 + z^2 = a^2/\sin^2 \delta$ in radijem $R = a/\sin \delta$. Senca palice je vidna pod koordinatno osjo y , to je pod premico $z = 0$, in to le od jesenskega do spomladanskega enakonočja (jesen in zimo). Ob enakonočju ($\delta = 0$) je neopredeljena. Ob zimskem Sončevem obratu ($\delta = -23,5^\circ$) pa ima krožnica najmanjši radij $R = a/\sin(-23,5^\circ) = -2,3 a$ (– zato, ker središče $S(y, z)$ krožnice leži na osi z pod osjo y ali premico $z = 0$ in ima koordinati $S(0, -2a/\sin 23,5^\circ)$). Spomladi in poleti senca ni vidna, saj se na nebu Sonce giblje za navpično ravnino in senca palice sploh ne pade na navpično ravnino.

¹ Glej izpeljavo enačbe sence na primer v spisu *Moja izpeljava enačbe sence*, Spletna stran Knjižnice A. T. Linhart, Domožnanstvo. Krivulja, po kateri se med letom giblje konec sence od Sonca osvetljene vodoravne palice na navpični ravnini, je stožnica (krožnica, elipsa, parabola, hiperbola), razen ob enakonočju, ko se izrodi v premico ali pa je neopredeljena.

2. Enačba sence na navpični ravnini v naših krajih ($\varphi = 45^\circ$) ima obliko: $(a^2 + y^2 + z^2) \sin^2 \delta = \frac{1}{2} (a + z)^2$. Krivulje so hiperbole², razen ob enakonočju ($\delta = 0$), ko postane veja hiperbole premica $z = -a$. Senca je vidna vsak dan v letu.

Od spomladanskega enakonočja mimo poletnega Sončevega obrata do jesenskega enakonočja (pomlad in poletje) ležijo hiperbole pod premico $z = -a$ in imajo vrhove, od jesenskega enakonočja mimo zimskega Sončevega obrata pa so nad to premico in imajo doline. Hiperbole so usločene (upognjene) vedno stran od palice. Najbolj so usločene ob Sončevih obratih.

3. Enačba sence vodoravne palice na navpični ravnini na severnem Zemljinem polu pa ima v tem primeru enačbo: $(a^2 + y^2 + z^2) \sin^2 \delta = z^2$. Krivulje so hiperbole z enačbo $z^2/a^2 \operatorname{tg}^2 \delta - y^2/a^2 = 1$. Senca je vidna pol leta, od spomladanskega do jesenskega enakonočja (pomlad in poletje). Ob enakonočjih se veja hiperbole izrodi v os y oziroma premico $z = 0$. Vse hiperbole ležijo na navpični ravnini pod premico $z = 0$, imajo vrhove in so usločene (upognjene) stran od palice. Najbolj je usločena veja hiperbole ob poletnem Sončevem obratu.

Navedli smo teoretično izpeljane enačbe senc oziroma krivulje, po katerih se giblje konec sence vodoravne palice na navpični ravnini v različnih krajih. Lahko pa to senco tudi opazujemo in teoretično dobljene krivulje primerjamo z opazovanimi. Da to na primer natančno ugotovimo za naše kraje, potrebujemo vsaj eno leto opazovanj. Opazovanja so preprosta, a dolgoročna. Ni treba opazovati sence palice vsak dan. Zadostuje eno ali dve opazovanji okoli spomladanskega enakonočja, okoli poletnega Sončevega obrata, okoli jesenskega enakonočja, okoli zimskega Sončevega obrata in še kakšno opazovanje vmes. Če je le mogoče, opazujemo senco vedno enako dolge palice na istem opazovalnem prostoru in na enak način. Ni pa nujno.

Sam sem to naredil za naše kraje. Opazoval pa sem senco le v dveh dneh (10.6. in 15.11.2017), da preverim veljavnost enačbe sence. Povem, da se teorija ujema s prakso. Poskusite to ujemanje ugotoviti tudi vi.

Literatura

M. Prosen, *Ukvarjanje s senco*, Presekova knjižnica 39, DMFAS, Ljubljana 2003 in vsa tam citirana literatura.

Kranj – Zlato Polje, 2. april 2018

Majo Prosen

² Hiperbola ima dve veji. Konec sence palice določenega dne se lahko giblje le po eni veji.