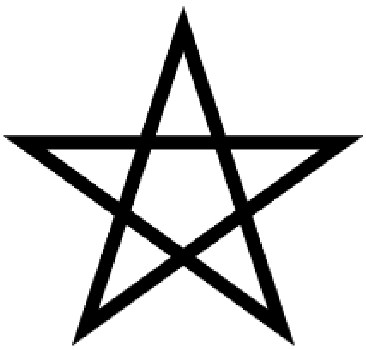
Že stari Egipčani so opazili, da je kvadrat naravnega števila 5 enak vsoti kvdratov njemu predhodnih naravnih števil: $5^2 = 3^2 + 4^2$. To značilnost naravnega števila 5 so imeli za božansko lastnost.[1]. Nobeno drugo naravno število nima te lastnosti. Število 5 je tudi vsota prvega sodega števila in prvega lihega števila, če vzamemo število 1 za enoto. Tako je: 5 = 2 + 3. Tudi take lastnosti nima nobeno naravno število. Število pet dejansko izstopa kar z dvema edinstvenima lastnostma med naravnimi števili. Nekateri celo menijo, da zato izraža lastnost popolnosti. Povezali so ga še z edinstvenim in tudi popolnim ravninskim likom.

Pentagram

Pitagorejci so seveda poznali obe lastnosti števila 5. *Pravilno peterokrako zvezdo* ali *pentagram,* to je ravninski lik, narisan v eni potezi s petimi skladnimi daljicami, pa so imeli za razpoznavni znak njihovega filozofskega združenja in hkrati tudi za simbol zdravja. Zakaj ravno zdravja, nisem mogel ugotoviti, vendar mislim, da zato, ker je pentagram imel pomen popolnosti. Če je človek telesno in duševno zdrav, je po svoje zares lahko srečen, da je tako popoln.

Morda pa gre tudi za povezavo s prvotno privzetimi petimi naravnimi elementi: vodo, zrak, ogenj, zemljo in svetlobo, saj naj bi vsak zvezdni krak predstavljal en element, povezan z vsakodnevnim življenjem in naravo. Predlagam, da v tej smeri raziskujete dalje. Tu pa nas trenutno predvsem zanima nekoliko zahtevna geometrijska naloga. Je raziskovalnega tipa za srednješolce, in sicer od drugega ali tretjega letnika naprej.



Pentagram.

Če poznamo stranico pravilnega pet(ero)kotnika (razdaljo med sosednima vrhoma zvezde) ali polmer krožnice, v katero je včrtan pentagram, lahko

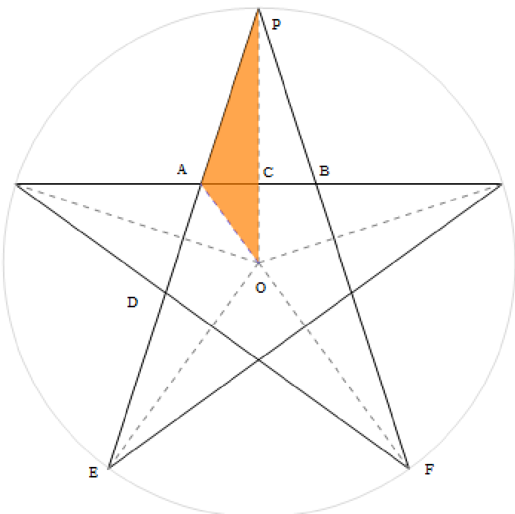
[1] Tu naletimo na Pitagorov izrek, ki so ga poznali že stari Egipčani. Ni grško odkritje. Ga ni odkril Pitagora. Stari Grki so se učili v starem Egiptu. Izrek so od tam prinesli v domovino Grčijo in ga na široko popularizirali v Sredozemlju oz. sploh v antičnem svetu. Zdi se, da je bil pri tem najbolj uspešen Pitagora (otok Sam(os), ok. 570–Metapont, ok. 495 pr. n. št.).

izračunamo ploščino in obseg pravilne peterokrake zvezde, ploščino pravilnega peterokotnika, ki ga oblikuje pet daljic, in celo površino in prostornino vrtenine, ki nastane z vrtenjem zvezde okrog osi, ki gre skozi vrh kraka, je pravokotna na tretjo stranico in gre skozi presečišče četrte in pete stranice. Poskusite kaj od tega izračunati. So razmeroma zahtevne naloge.

Kot zgled, kako zahtevne so, izračunajmo ploščino pentagrama.

<u>Izračun ploščine pentagrama</u>

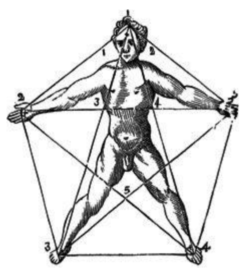
Spodnja slika prikazuje pentagram, ki je včrtan v krožnico z radijem r = OP. Ploščina pentagrama je enaka 10-kratni ploščini obarvanega trikotnika *Δ* OAP, ploščina obarvanega trikotnika pa je S (*Δ* OAP) = ½ · AC · OP = ½ ·AC · r. Poiskati moramo AC. Iz pravokotnih trikotnikov *Δ* ACP in *Δ* ACO sledi, da je OC = AC/tg (< AOC) in CP = AC/tg(< APC) = r – OC. Kot < EOF = 72°, kot < AOB = 72°, kot < AOC = 36°, kot < EPF = 36° in kot < APC = 18°.



Tako izpeljemo, da je r = OC + CP = AC/tg 36° + AC/tg 18°. Ploščina trikotnika S (*Δ* OAP) = ½· r · AC = ½· r^2/(1/tg 36° + 1/tg 18°) = ½ · r^2 · tg 36°· tg 18°/(tg 36°+ tg 18°). Ker je tg 36° = 2 tg 18°/(1 – tg^2 18°), dobimo za ploščino S(*Δ* OAP) = r^2 · tg 18°/(3 – tg^2 18°). Ploščina pentagrama pa je:

$$\mathbf{S = 10 \cdot r^2 \cdot tg\ 18° /(3 - tg^2\ 18°)}$$

Elegantna izpeljava za S! Ploščina pentagrama zavzema 36 % ploščine kroga.



Kranj, 5. oktober 2018 ***Majo Prosen***