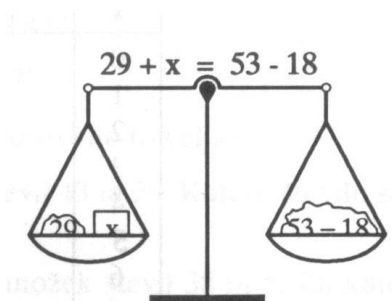


*Nekaj dni potem, ko sem spisal spis Kaj je največ?, je k meni prišel osmošolec z vprašanjem, kako se rešujejo linearne enačbe, v katerih so poleg navadnih števil tudi iracionalna števila ("tudi tista števila pod kvadratnim korenem," mi je rekel), kot na primer:  $3 \cdot x = \sqrt{6}$  ali  $3 \cdot x = 6 + \sqrt{5}$  ali  $\sqrt{3} \cdot x = 6$  ali  $\sqrt{5} \cdot x = 5 - \sqrt{5}$  ali  $\sqrt{2} \cdot x = 3 - (\sqrt{2} \cdot x - 1)$  ali  $\sqrt{3} \cdot x + 2 = x - (3 - x)$  ali  $\sqrt{2} \cdot x + 3 = x^2 - (\sqrt{2} - x)^2$ . Odgovoril sem mu, da tako kot običajno rešujemo enačbe. Ni mi verjel. Edino na koncu moramo racionalizirati imenovalce, to je, odpraviti iracionalno število iz imenovalca ulomka, če pride do takšne rešitve (rezultata) in če to zahteva učitelj. Na koncu seveda naredimo tudi preskus, če smo prav izračunali. Sicer pa to velja za vse enačbe. Potem sva začela reševati naloge. Z vsako novo rešeno nalogo je vse bolj verjel mojim besedam. No, mimogrede, to niso iracionalne enačbe. O njih morda ena ali dve strani drugič, samo za pokušino. Če koga te enačbe zanimajo, se lahko preko spleta uspešno uči dalje sam.*

## Neke enačbe



Rešimo nekaj teh preprostih enačb, da si nekoliko utrdimo znanje in pridobimo ustrezno in zeleno samozavest. Gremo od lažjih k zahtevnejšim, a ne preveč zahtevnim. Tu so:

1.  $3 \cdot x = \sqrt{6} \rightarrow x = \sqrt{6}/3$
2.  $5 \cdot x = 6 + \sqrt{5} \rightarrow x = (6 + \sqrt{5})/5$
3.  $5 \cdot x - \sqrt{5} = 2 \cdot x + \sqrt{5} \rightarrow 5x - 2x = \sqrt{5} + \sqrt{5} \rightarrow 3x = 2\sqrt{5} \rightarrow x = 2\sqrt{5}/3$
4.  $\sqrt{2} \cdot x = 6 \rightarrow x = 6/\sqrt{2}$  (racionalizacija)  $\rightarrow x = 6 \cdot \sqrt{2}/\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 6 \cdot \sqrt{2}/2 = 3 \cdot \sqrt{2}$
5.  $\sqrt{5} \cdot x = 5 - \sqrt{5} \rightarrow x = (5 - \sqrt{5})/\sqrt{5}$  (racionalizacija)  $x = (5 - \sqrt{5}) \sqrt{5}/\sqrt{5} \sqrt{5} = (5 - \sqrt{5}) \sqrt{5}/5$

6.  $\sqrt{5} \cdot x = 5x - \sqrt{5} \rightarrow 5x - \sqrt{5} x = \sqrt{5} \rightarrow x(5 - \sqrt{5}) = \sqrt{5} \rightarrow x = \sqrt{5}/(5 - \sqrt{5})$   
 (racionalizacija)  $x = \sqrt{5} \cdot (5 + \sqrt{5}) / (5 - \sqrt{5})(5 + \sqrt{5}) \rightarrow x = \sqrt{5} \cdot (5 + \sqrt{5}) / 20$

7.  $\sqrt{2} \cdot x = 3 - (\sqrt{2} \cdot x - 1) \rightarrow \sqrt{2} \cdot x = 3 - \sqrt{2} \cdot x + 1 \rightarrow 2\sqrt{2} \cdot x = 4 \rightarrow x = 2/\sqrt{2} = \sqrt{2}$

8.  $\sqrt{3} \cdot x + 2 = x - (3 - x) \rightarrow \sqrt{3} \cdot x + 2 = x - 3 + x \rightarrow (2 - \sqrt{3}) \cdot x = 5 \rightarrow x = 5/(2 - \sqrt{3}) = 5(2 + \sqrt{3})/3 =$

9.  $\sqrt{2} \cdot x + 3 = x^2 - (\sqrt{2} - x)^2 \rightarrow \sqrt{2} \cdot x + 3 = x^2 - (2 - 2\sqrt{2}x + x^2) \rightarrow \sqrt{2} \cdot x + 3 = -2 + 2\sqrt{2}x \rightarrow x = 5\sqrt{2}/2$

10.  $1/\sqrt{2} + 1/\sqrt{3} = 1/\sqrt{6} \cdot x \rightarrow (\sqrt{3} + \sqrt{2})/\sqrt{6} = 1/\sqrt{6} \cdot x \rightarrow x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

11\*.  $(\sqrt{3} - \sqrt{2} \cdot x) : (\sqrt{3} \cdot x + \sqrt{2}) = x \rightarrow \sqrt{3} - \sqrt{2} \cdot x = \sqrt{3} \cdot x^2 + \sqrt{2}x \rightarrow \sqrt{3} \cdot x^2 + 2\sqrt{2}x - \sqrt{3} = 0 \rightarrow$  (uporabimo obrazec za izračun obeh korenov kvadratne enačbe)  $x_{1,2} = (-2\sqrt{2} \pm \sqrt{20})/2\sqrt{3} = (-\sqrt{2} \pm \sqrt{5})/\sqrt{3}$  (narejen preskus ustreza obema korenoma).

### **Še nekaj nalog:**

1.  $\sqrt{5} \cdot x = 15$

2.  $5\sqrt{3}x - 10 = 2\sqrt{3}x - 1$

3.  $5\sqrt{5}x - 3 = 5x + 2$

4.  $1/\sqrt{2} + 1/\sqrt{3} = 1/(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot x$

5\*.  $(\sqrt{2} - x)/(\sqrt{2}x + 1) = x$

6\*.  $(1/\sqrt{2} - 1/x)/(1/\sqrt{2}x + 1) = 1/x$

**Opomba:**  $\sqrt{x+7} = x+1$  je iracionalna enačba,  $\sqrt{7} \cdot x = x+1$  pa ni, je navadna linearna enačba. Poskusite ugotoviti razliko med enačbama. Poglejte, kje neznanca  $x$  leži v obeh primerih.