

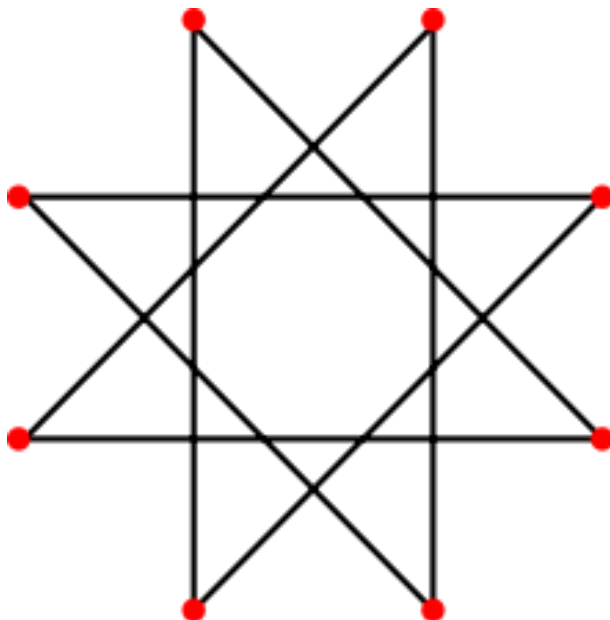
Pri pisanju spisa Osemkotnik ali oktagon sta se mi kar sami ponudili dve pravilni osemkraki zvezdi, da ju na kratko predstavimo, pojasnimo nekaj njunih lastnosti in o njiju naredimo tudi kakšno nalogo.

Pravilna osemkraka zvezda ali pravilni oktagram

Je več možnosti. Od teh si oglejmo le dve. Prvič: stranice zvezde, ki izhajajo iz vrhov krakov zvezde (iz rdečih bunk), se zunaj vrhov sekajo pravokotno (sl. 1); drugič: stranice zvezde, ki izhajajo iz vrhov krakov zvezde (iz rdečih bunk), se v vrhovih krakov zvezde sekajo pravokotno (sl. 2). V obeh primerih bomo izračunali ploščino S zvezde.

1. Razdalja med dvema sosednima rdečima bunkama je dolžina stranice a pravilnega osemkotnika (sl. 1). Od prej že vemo (gl. v uvodu omenjeni spis), da je ploščina pravilnega osemkotnika s stranico a enaka $2 \cdot (1 + \sqrt{2}) a^2 \approx 4,8 a^2$.

Ploščino pravilne osemkrake zvezde dobimo, da od ploščine pravilnega osemkotnika odštejemo 8 enakih ploščin enakokrakih pravokotnih trikotnikov z osnovnico a in višino $\frac{1}{2} a$, to je $8 \cdot \frac{1}{2} a \cdot \frac{1}{2} a = 2a^2$. Torej je ploščina $2 \cdot (1 + \sqrt{2}) a^2 - 2a^2 = 2 \cdot \sqrt{2} a^2 \approx 2,8 a^2$.



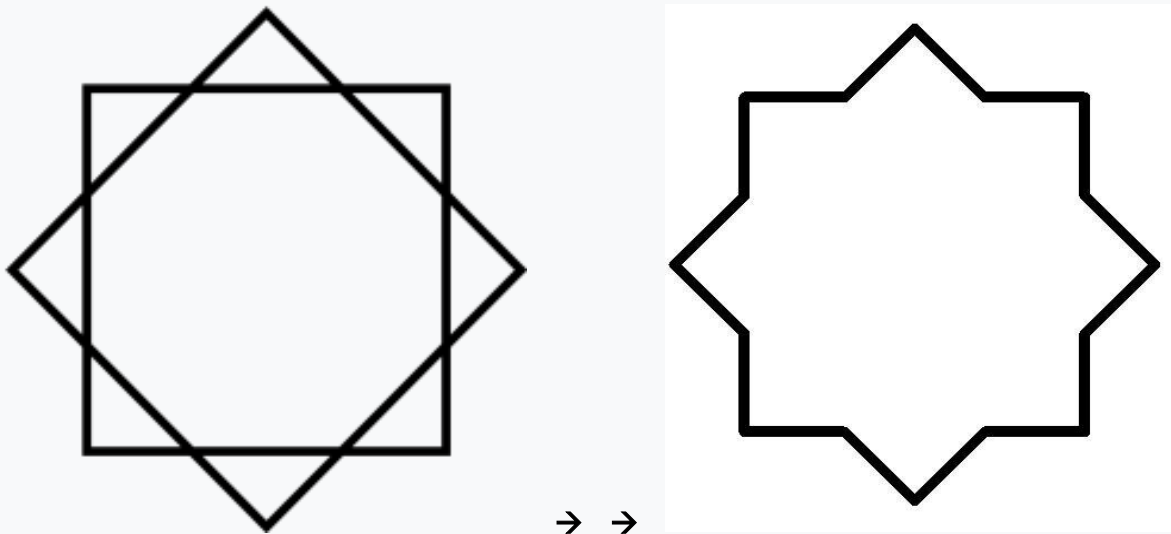
Sl. 1. Pravilni oktagram z dolžino stranice a (razdalja med sosednima rdečima bunkama).

2. Ta pravilna osemkraka zvezda, ki ima prave kote v vrhovih krakov zvezde, je v bistvu sestavljena iz dveh ploščinsko enakih (skladnih) kvadratov, ki se prekrivata v zasuku 45° glede na diagonali kvadratov skozi skupno središče kvadratov.

Stranico a prvega kvadrata preseka pravokotni stranici (kraka) drugega kvadrata na tri odseke, in sicer na $\frac{1}{2}(2-\sqrt{2})a$, $(\sqrt{2}-1)a$ in $\frac{1}{2}(2-\sqrt{2})a$, od katerih sta zunanja odseka enaka, vendar manjša od notranjega (srednjega) odseka. Izračunajmo ploščino S tega pravilnega osemkotnika, če je dolžina stranice kvadrata enaka a (sl. 2, desno).

$$S = a^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{2}-1)a \cdot \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{2}-1)a = 2(2-\sqrt{2})a^2 \approx 1,2 a^2$$

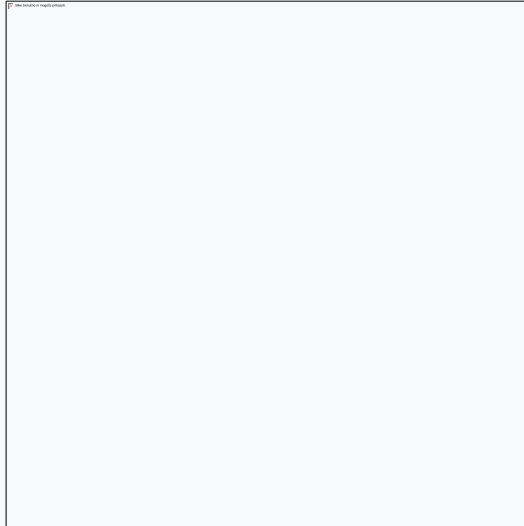
Obrazec komentirajte!



Sl. 2. Pravilna osemkraka zvezda (tudi Lakšmijina zvezda, imenovana po boginji Lakšmi v hinduizmu), s pravimi koti v vrhovih krakov zvezde.

Naloge:

1. Pri pravilni osemkraki zvezdi stranico a prvega kvadrata preseka pravokotni stranici (kraka) drugega kvadrata na tri odseke: $\frac{1}{2}(2-\sqrt{2})a$, $(\sqrt{2}-1)a$ in $\frac{1}{2}(2-\sqrt{2})a$ (sl. 2, levo). Dokažite!
2. Koliko meri dolžina stranice pravilne osemkrake zvezde, če je a dolžina stranice kvadrata (sl. 2, levo)? Rezultat se skriva v besedilu naloge 1.
3. Izračunajte ploščino pravilnega osemkotnika, ki nastane, če kvadratu s stranico a odrežemo štiri skladne enakokrake trikotnike (sl. 2, levo).
4. Izračunajte ploščino manjšega (notranjega) pravilnega osemkotnika (sl. 1).
5. Ali je mogoče iz zvezde (sl. 1) narisati še kakšno pravilno zvezdo?



6. Kakšen lik je to? Kako bi ga opisali?

Kranj – Zlato Polje, 3. novembra. 2018

Majo Prosen