

Iracionalna enačba

(samo za pokušino, najnižja stopnja, primerno že za 8. r. osnovne šole)



Kadar se spremenljivka oziroma neznanka x v enačbi nahaja pod korenem, se taka enačba imenuje *iracionalna enačba*. Da jo rešimo, se moramo osvoboditi korena in jo preoblikovati v rešljiv polinom. Navaden način reševanja je, da osamimo najbolj zamotani koren na eni strani enačbe in potem potenciramo celo enačbo (na obeh straneh) tako, da odpravimo koren. Če pri poenostavljanju v enačbi še ostane kak koren, ta postopek ponavljamo, dokler ne odpravimo vseh korenov. Ko prevedemo enačbo v polinom, potem jo rešujemo po znanih postopkih. Moramo pa paziti, ker s potenciranjem enačbe lahko pridemo dodatne lažne rešitve, ki niso rešitve prvotne enačbe. Da zaupamo v točno rešitev, vedno naredimo preskus.

Tako je $3\sqrt{x+2} = \sqrt{5}$ iracionalna enačba, $\sqrt{3} \cdot x + 2 = \sqrt{5}$ pa ni.

Reševali bomo le enačbe s kvadratnimi korenami. Poglejmo tri preproste zglede.

Zgled 1. Poiščimo realne rešitve enačbe: $\sqrt{2x-1} = 3$

Rešitev. Ker je koren že osamljen, obe strani enačbe samo kvadriramo, da odpravimo koren: $2x-1 = 9 \rightarrow x = 5$. Še preskus: $\sqrt{2 \cdot 5 - 1} = 3 \rightarrow \sqrt{9} = 3 \rightarrow 3 = 3$.

Zgled 2. Rešimo enačbo: $\sqrt{x+7} = x+1$

Rešitev. Kvadriramo in dobimo: $x+7 = (x+1)^2 \rightarrow x+7 = x^2+2x+1 \rightarrow x^2+x-6 = 0 \rightarrow (x+3)(x-2) = 0 \rightarrow x_1 = -3, x_2 = 2 \rightarrow$ Preskus; rešitev je le ena, $x_2 = 2$.

Zgled 3. Poiščimo realne rešitve enačbe: $\sqrt{10-x^2} - 2 = x$

Rešitev. $\sqrt{10-x^2} = x+2 \rightarrow 10-x^2 = x^2+4x+4 \rightarrow 2x^2+4x-6 = 0 \rightarrow x^2+2x-3 = 0 \rightarrow (x+3)(x-1) = 0 \rightarrow x_1 = -3$ in $x_2 = 1 \rightarrow$ Preskus; rešitev je le ena, $x_2 = 1$.

Naloge - vsakič poiščite realne rešitve enačbe in naredite preskus.

1. $\sqrt{4x-3} = 5$
2. $\sqrt{x} = x/3$ ali $\sqrt{x} = 3x$
3. $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} = 1$ ali $\sqrt{x} + \sqrt{x-5} = 5$ (na pamet)
4. $\sqrt{x-2} - 2 = 2-x$
5. $\sqrt{4x-3} - \sqrt{2x-2} - 1 = 0$
6. $\sqrt{x-3} - \sqrt{x} = 1$ (ni rešitve) ali $3\sqrt{x} - \sqrt{3x} = \sqrt{3}$ (ni rešitve)
7. $\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} = \sqrt{x}$