

Krivuljo, o kateri pišem v tem spisu, sem spoznal v prvem letniku na univerzi. Mogoče pa jo je predstaviti oziroma pojasniti povprečnemu učencu že na nivoju tretjega triletja osnovne šole. To bomo naredili tukaj. Gre za krivuljo, ki jo pogosto vidimo in opazujemo v navadnem življenju, lahko pa jo tudi sami uprizorimo (naredimo in prikažemo). Na dva primerno medsebojno razmahnjena kola (stebra) obesimo verigo tako, da med njima prosto visi. Viseča veriga oblikuje to krivuljo.



Verižnica.

Najpreprostejša verižnica

Primerno za raziskovanje te krivulje že za osmi ali celo sedmi razred osnovne šole, odvisno od zavzetosti učencev.

Krivulja, ki jo zavzame verižica, če prosto visi med dvema enako visokima krajiščema (obesiščema), obremenjena samo z lastno težo, se imenuje *verižnica*. Verižice so različno narejene in izdelane iz različnih materialov. Ker prosto visijo, vse zavzamejo obliko velike črke U, tj. doline z najnižjo vrednostjo (minimumom) na sredini med obesiščema. Vse so osno simetrične krivulje glede na sredino krivulje. Obliko krivulje verižnice si oglejte na zgornji sliki, ki prikazuje prosto visečo verigo.

Tu boste spoznali najpreprostejšo verižnico. Ker to krivuljo raziskujete, jo boste tudi sami narisali, in sicer po tabeliranju (gl. dalje).

V ravninskem koordinatnem sistemu (x, y) in v najpreprostejši matematični obliki ima krivulja verižnica takole enačbo:

$$y = f(x) = \left(\frac{1}{2}\right) (2^x + 2^{-x}).$$

Krivulja verižnica je tako sestavljena iz dveh eksponentnih krivulj. Je aritmetična sredina teh krivulj. Prva krivulja je naraščajoča eksponentna funkcija z enačbo $y_1 = 2^x$, druga pa padajoča eksponentna funkcija z enačbo $y_2 = 2^{-x}$.

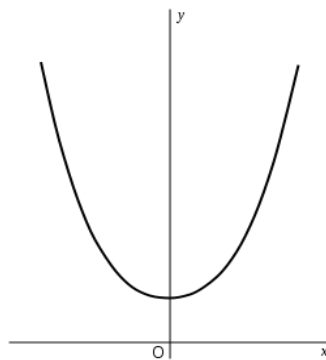
Na primer na intervalu od -4 do $+4$ s korakom ena (enota), najprej tabelirajmo obe eksponentni funkciji, nato ju seštejmo na tem intervalu in končno še delimo z 2. Končno s pomočjo izračunanih točk $T(x, y)$ narišete verižnico na intervalu od -4 do $+4$ (gl. dalje).

Postopek tabeliranja (predno začnete risati verižnico)
Absciso x izbiramo, ordinato y izračunamo:

x	y_1	y_2	$(y_1 + y_2)$	$y = \frac{1}{2} (y_1 + y_2)$
-4	$1/16$	16	$1/16 + 16$	$\frac{1}{2} (1/16 + 16) = 8,03 \approx 8$
-3	$1/8$	8	$1/8 + 8$	$\frac{1}{2} (1/8 + 8) = 4,06 \approx 4,1$
-2	$1/4$	4	$1/4 + 4$	$\frac{1}{2} (1/4 + 4) = 2,12 \approx 2,1$
-1	$1/2$	2	$1/2 + 2$	$\frac{1}{2} (1/2 + 2) = 1,25 \approx 1,3$
0	1	1	$1 + 1$	$\frac{1}{2} (1+1) = 1$ (minimum)
1	2	$1/2$	$2 + 1/2$	$\frac{1}{2} (2 + 1/2) \approx 1,3$
2	4	$1/4$	$4 + 1/4$	$\frac{1}{2} (4 + 1/4) \approx 2,1$
3	8	$1/8$	$8 + 1/8$	$\frac{1}{2} (8 + 1/8) \approx 4,1$
4	16	$1/16$	$16 + 1/16$	$\frac{1}{2} (16+1/16) \approx 8$

Izračunali smo koordinati x in y za 9 točk: $T_1(-4, 8)$, $T_2(-3, 4,1)$, $T_3(-2, 2,1)$, $T_4(-1, 1,3)$, $T_5(0, 1)$, $T_6(1, 1,3)$, $T_7(2, 2,1)$, $T_8(3, 4,1)$ in $T_9(4, 8)$. Te točke narišete v koordinatnem sistemu (x, y) . Povežete jih med seboj in dobite sliko verižnice na intervalu od -4 do $+4$. Krivuljo narišete čim natančneje na milimetrski papir, jo nato še nekoliko odebelite in pobarvajte, na koncu pa seveda lahko tudi občudujete svoj izdelek.

Verižnica je zvezna (neprekinjena) krivulja. Ima dolino. Minimum ali najmanjšo vrednost zavzame v točki z absciso $x = 0$ in znaša 1. Krivulja je osno simetrična glede na os y . Je konkavna krivulja (vanjo lahko nalijemo kavico; gl. vse slike).



Značilna oblika verižnice.

Skica služi le kot pomoč pri vašem risanju verižnice; enote na koordinatnih oseh niso označene, morajo pa biti enake na obeh oseh.

Naloge:

- Doma izdelajte ali pa poiščite nekaj verižic in jih obesite v dveh razmaknjenih in enako visokih obesiščih! Fotografirajte verižnice za spomin!
- V isti koordinatni sistem (na plakat) po tabeliranju na intervalu od -3 do $+3$ s korakom 1 (ena) narišite eksponentni funkciji: a) $y = 3^x$ in b) $y = 3^{-x}$. Kaj opazite?
- V isti koordinatni sistem (na plakat) narišite verižnici: a) $y = \frac{1}{2} (3^x + 3^{-x})$; b) $y = \frac{1}{2} (10^x + 10^{-x})$. Kaj opazite?
- Poglejte na spletu: Marko Razpet, Verižnica.



Literatura:

Svetovni splet - slike.

Kranj – Zlato Polje, 23. decembra 2018

Majo Prosen