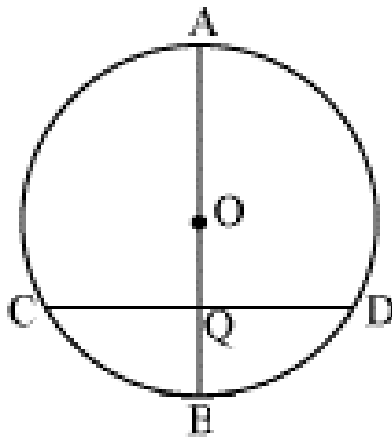


To raziskovalno nalogo bodo učenci po danih podatkih in sprotne navodilu rešili sami doma ali v šoli. Primerna je za devetošolce ali sposobne osmošolce, le kotne funkcije morajo obvladati in nekoliko tudi prostor.

Točka v krogu

Premer kroga $AB = 2r$ in njegova tetiva $CD = 10$ cm se sekata pravokotno v točki Q , ki deli premer kroga v razmerju $AQ : QB = 4 : 1$. V točki Q postavimo pravokotnico $QV = \frac{1}{2} AB = r$ (polmer kroga) na ravnino kroga, če pomeni V vrh stožca in je $QV = \frac{1}{2} AB = AO = BO = r = v$ višina stožca.



Izpostavljena točka v krogu je Q ; sliko sproti dopolnjujte po tekstu naloge, da boste bolje razumeli in reševali nalogo.

V kolikem kotu je tetiva CD vidna iz točke A in v kolikšnem kotu je vidna iz točke B ?

Koliko meri kot $\angle QAV$ in koliko meri kot $\angle QBV$? V kolikšnem kotu x je iz V viden premer AB kroga?

Rešitev

Najprej je $CQ = DQ = 5$ cm. Iz višinskega izreka v pravokotnem trikotniku ACB ali v pravokotnem trikotniku ADB (pravi kot je v oglišču C oz. v oglišču D) sledi, da je $AB = 2r = AQ + QB = 10$ cm + $2,5$ cm = $12,5$ cm in $r = 6,25$ cm.

Iz točke A je tetiva CD vidna v kotu α . Velja $\text{tg}(\frac{1}{2} \alpha) = CQ/AQ = \dots \rightarrow \frac{1}{2} \alpha \rightarrow \alpha = \dots$

Iz točke B je tetiva CD vidna v kotu β . Velja $\text{tg}(\frac{1}{2} \beta) = CQ/BQ = \dots \rightarrow \frac{1}{2} \beta \rightarrow \beta = \dots$ (Preskus: Vsota $\alpha + \beta$ mora biti 180° , zakaj, že?)

Kot $\angle QAV$ označimo z γ , kot $\angle QBV$ pa z δ . Nadalje je $QV = r = 6,25$ cm. Velja: $\text{tg } \gamma = QV/AQ = \dots \rightarrow \gamma = \dots$ in $\text{tg } \delta = QV/BQ = \dots \rightarrow \delta = \dots$

Kot x , v katerem je iz vrha V stožca viden premer AB kroga, pa je enak $x = 180^\circ - (\gamma + \delta) \rightarrow x = \dots$ (Zakaj, že?)

To je vse. Nalogo je težje sestaviti, kot izračunati. Je razmeroma lahka za raziskovalno nalogo, vendar vsebuje kar nekaj elementov osnovne matematike (razmerje, koti v trikotniku in v polkrogu, višinski izrek, računanje kota iz dane kotne funkcije in predstavljanje določene situacije v prostoru).

Nalogi

1. Izračunajte kot med višino in osjo tega poševnega stožca. Nujna je skica!
2. V kolikšnem kotu je tetiva CD vidna iz točke V ?
3. Izračunajte ploščino trikotnikov ABV in CDV v prostoru! Kako se sekata trikotnika in kaj je njuno presečišče?
3. Izračunajte prostornino stožca!

Kranj – Zlato Polje, 22. 4. 2019

Majo Prosen