

*Nalogo s kratkim besedilom lahko včasih poljubno nadgrajujemo, to je, ob osnovnem besedilu naloge si izmišljujemo nove in zahtevnejše naloge.*

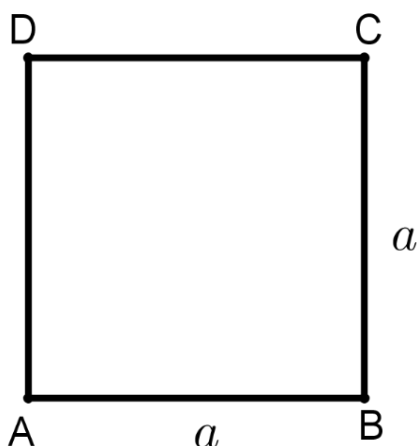
*Treba je imeti le dovolj domišljije, da prvotno nalogo smiselno nadgrajujemo. V nalogi treniramo kotne funkcije in obvladanje prostora.*

## Točka v kvadratu

**Raziskovalna naloga je primerna od 2. razreda srednje šole dalje, ker dijaki takrat že znajo reševati kvadratno enačbo.**

### Naloga

V kvadratu ABCD z dolžino stranice  $a$  določimo točko T, ki je od oglišč A in B dvakrat toliko oddaljena, kolikor je oddaljena od oglišč C in D.



**V kvadratu ABCD narišete točko T in nato sproti vse ostale v tekstu omenjene točke in kote na sliki, da boste lahko uspešno raziskovali do konca.**

### Rešitev

Označimo oddaljenost točke T od stranice CD z  $x$ , potem je oddaljenost točke T od stranice AB enaka  $(a - x)$ . Po Pitagorovem izreku izračunamo: oddaljenost točke T od oglišča C ali oddaljenost T od D, to je  $TC = TD = \sqrt{((\frac{1}{2} a)^2 + x^2)}$  in oddaljenost točke T od oglišča A ali oddaljenost T od B, to je  $TA = TB = \sqrt{((\frac{1}{2} a)^2 + (a - x)^2)}$ . Velja  $TA/TD = 2/1$  ali  $((\frac{1}{2} a)^2 + (a - x)^2)/((\frac{1}{2} a)^2 + x^2) = 4/1$ . Pridemo do kvadratne enačbe in od obeh rešitev izberemo pozitivno:  $x = (\sqrt{7} a - 2a)/6 \approx 0,1 a$ .

Točka T je od A ali od B dvakrat bolj oddaljena kot od točke C ali od D, ko je  $x = (\sqrt{7} a - 2a)/6$ .

### Nadgradnja

V kolikšnem kotu so iz točke T vidne stranice kvadrata: a) AB, b) BC, c) CD in č) DA ( $BC = DA$ )?

a) Kot  $\alpha$ , v katerem je iz T vidna stranica AB, dobimo iz  $\text{tg}(\frac{1}{2} \alpha) = \frac{1}{2} a/(a - x) \rightarrow \alpha \approx 58,5^\circ$ .

Kot  $\beta$ , v katerem je iz T vidna stranica CD, dobimo iz  $\text{tg}(\frac{1}{2} \beta) = \frac{1}{2} a/x \rightarrow \beta \approx \dots$

Kot  $\delta$ , v katerem je iz T vidna stranica BC ali stranica DA izračunamo iz  $\frac{1}{2} (360^\circ - (\alpha + \beta)) \rightarrow \delta \approx \dots$  (Zakaj tako?).

### Naloge

Prvotno nalogo lahko nadgradimo. V točki T postavimo pravokotnico  $TV = \frac{1}{2} a$  na ravnino kvadrata ABCD. Točka V postane vrh kvadratne piramide, to je piramide, ki ima za osnovno ploskev dani kvadrat ABCD, višina v piramide pa je  $v = \frac{1}{2} a$ . Odpre se vrsta nalog.

Narišite:

a) piramido ABCDV v perspektivi!

Izračunajte:

a) oddaljenost točke T od S (TS), če je S središče kvadrata;

b) oddaljenost vrha V piramide od vseh stranic in od vseh oglišč kvadrata ABCD;

c) naklonski kot vsakega stranskega roba in vsake stranske ploskve piramide ABCDV proti osnovni ploskvi piramide, to je kvadratu ABCD!

To je kar nekaj dela.