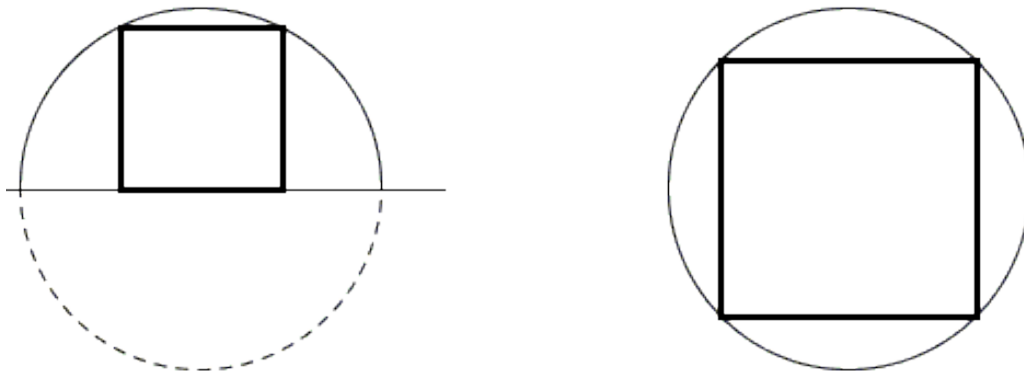


Del te naloge smo pred davnimi leti (ok. 1980) obravnavali na raziskovalnem krožku na matični šoli, in to v glavnem zaradi treniranja racionalizacije ulomka.

Kvocient ploščin dveh kvadratov in kvocient ploščin dveh krogov

Na sliki sta kroga z enakim polmerom r . V krog in polkrog včrtamo kvadrat. V krog je včrtan večji kvadrat, v polkrog manjši. Med zgornjo stranico vsakega kvadrata in krožnim lokom nad njo včrtamo največji krog. Na desni strani slike včrtani največji krog je večji, na levi strani slike včrtani največji krog pa je manjši.

Izračunajmo: 1) kvocient ploščin kvadratov (ploščina večjega/ploščina manjšega) in 2) kvocient ploščin največjih včrtanih krogov (ploščina večjega/ploščina manjšega).



V polkrog in krog z enakima polmeroma r sta včrtana kvadrata. V sliko vrišite lego največjih včrtanih krogov med zgornjo stranico kvadrata in krožnim lokom in vnesite vse sprotne podatke zaradi lažjega in preglednejšega računanja.

Stranico kvadrata bomo vedno označili z x , polmer največjega včrtanega kroga pa z y .

1. Za kvadrat, ki je včrtan v krog, velja $4r^2 = 2x^2$ in $x = r\sqrt{2}$. Ploščina kvadrata je $x^2 = 2r^2$.

Premer največjega včrtanega kroga $2y = r - x/2 = r - r\sqrt{2}/2 = \frac{1}{2}(2 - \sqrt{2})r$ in polmer $y = \frac{1}{4}(2 - \sqrt{2})r$. Ploščina tega kroga je $\pi y^2 = \pi (\frac{1}{4}(2 - \sqrt{2})^2) r^2$.

2. Za kvadrat, ki je včrtan v polkrog, velja $r^2 = x^2/4 + x^2 = 5x^2/4$ in $x = 2r\sqrt{5}/5$. Ploščina kvadrata je $x^2 = (4/5)r^2$.

Premer največjega včrtanega kroga je $2y = r - x = r - 2r\sqrt{5}/5 = ((5 - 2\sqrt{5})/5)r$ in polmer $y = ((5 - 2\sqrt{5})/10)r$. Ploščina tega kroga je $\pi y^2 = \pi ((5 - 2\sqrt{5})/10)^2 r^2$.

**

Najprej izračunajmo kvocient ploščin kvadratov: $2r^2/(4r^2/5) = 2,5$. V krog včrtani kvadrat ima 2,5-krat večjo ploščino kot v polkrog včrtani kvadrat.

Zdaj izračunajmo še kvocient ploščin največjih včrtanih krogov: $\pi (1/4 (2 - \sqrt{2}))^2 r^2 / \pi ((5 - 2\sqrt{5})/10)^2 r^2 \approx 8$. Večji od največjih včrtanih krogov (desno) ima približno 8-krat večjo ploščino od manjšega (levo).

• **Domača naloga**

1. Racionalizirajte ulomek $5(2 - \sqrt{2})/(5 - 2\sqrt{5})!$

2. Poskusite na dva načina do konca racionalizirati ulomek $((2 - \sqrt{2})/4)/((5 - 2\sqrt{5})/10)^2$.

3. Kolikšni del glede na prvotno ploščino kroga predstavlja ploščina prvega največjega včrtanega kroga (desno) in kolikšni del glede na ploščino prvotnega polkroga predstavlja ploščina drugega največjega včrtanega kroga (levo)?